文章编号:1000-8055(2021)09-1811-15 doi:10.13224/j.cnki.jasp.20210133

非周期压电阻尼对失谐叶盘结构振动局部化抑制机理

张凤玲[1,2], 聂金龙[1], 李 琳[2], 田 晶[1], 王 志[1]
(1. 沈阳航空航天大学 辽宁省航空推进系统先进测试技术重点实验室, 沈阳 110136;
2. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191)

摘 要: 将非周期压电阻尼技术引入失谐叶盘结构形成机电耦合系统,推导了机电耦合系统的动力学方程,从理论上分析了非周期压电系统对失谐叶盘结构振动局部化的抑制效果。构造了两种非周期压电系统模型:非周期压电分支模型和非周期压电网络模型。研究结果表明:与双周期压电网络系统相比,按照能量集中的程度不同连接而成的非周期压电系统具有更好的振动局部化抑制效果。在非周期压电网络系统的构造中,电阻不再是关键因素,而主要是通过电路形式改变整个叶盘结构中的能量分配情况,电感作为储能元件在其中至关重要。通过合理设计非周期压电网络电路形式,可以得到比非周期压电分支系统和双周期压电网络系统更好的振动局部化抑制效果。

关 键 词: 非周期压电阻尼; 失谐叶盘; 机电耦合系统; 振动局部化; 能量集中
中图分类号: V231.9 **文献标志码:** A

Vibration localization suppression mechanism of mistuned bladed-disk by aperiodic piezoelectric damping

ZHANG Fengling[1,2], NIE Jinlong[1], LI Lin[2], TIAN Jing[1], WANG Zhi[1]
(1. Key Laboratory of Advanced Measurement and Test Technique for Aviation Propulsion System, Liaoning Province, Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China;
2. School of Energy and Power Engineering,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: An aperiodic piezoelectric damping technology was introduced into the mistuned bladed-disk structure to form an electromechanical coupling system. The dynamic equations of the electromechanical coupling system were derived, and the vibration localization suppression effect of the aperiodic piezoelectric system on the mistuned bladed-disk was theoretically analyzed. Two models of aperiodic piezoelectric system were constructed: the aperiodic piezoelectric shunting model and the aperiodic piezoelectric network model. The results show that, the aperiodic piezoelectric system, which is connected according to the dimensions of energy concentration, has a better effect on the vibration localization suppression effect compared with the dual-periodic piezoelectric network system. In the construction of the aperiodic piezoelectric network system,

收稿日期: 2021-04-02
基金项目: 辽宁省自然科学基金(2020-BS-174); 沈阳航空航天大学博士启动基金(120421004); 辽宁省教育厅项目(JYT2020033)
作者简介: 张凤玲(1978-),女,讲师,博士,主要从事航空发动机振动抑制、故障诊断等研究。

引用格式: 张凤玲,聂金龙,李琳,等. 非周期压电阻尼对失谐叶盘结构振动局部化抑制机理[J]. 航空动力学报,2021,36(9):1811-1825. ZHANG Fengling, NIE Jinlong, LI Lin, et al. Vibration localization suppression mechanism of mistuned bladed-disk by aperiodic piezoelectric damping[J]. Journal of Aerospace Power, 2021, 36(9): 1811-1825.

the resistance is no longer the key factor, and the energy distribution in the whole bladed-disk structure is changed mainly through the circuit form, in which the inductor is very important as an energy storage element. Through the reasonable design of circuit form of the aperiodic piezoelectric network, the vibration localization suppression effect better than the aperiodic piezoelectric shunting system and the dual-periodic piezoelectric network system can be obtained.

Key words: aperiodic piezoelectric damping; mistuned bladed-disk; electromechanical coupling system; vibration localization; energy concentration

航空发动机叶盘结构在加工制造过程中不可避免地会出现误差和材料缺陷,加之使用中的磨损等原因,使得实际的叶盘结构并非严格的周期对称结构,其各扇区之间存在着不同程度的差异,这种差异称为失谐[1-2]。尽管失谐一般都是微小量,但失谐会造成叶盘结构的响应放大及振动能量集中现象,使得少数几个扇区过早地发生高周疲劳失效,影响发动机的正常工作[3-6]。因此研究人员对于失谐叶盘结构的振动特性进行了大量的研究,试图寻找降低失谐叶盘结构响应放大及振动局部化的技术手段。

压电材料因其有轻质、高效、智能可控等特点受到了广泛的关注。在过去的几十年中,大量的文献对基于压电材料的分支阻尼技术的减振机理及优化手段进行了研究[7-11]。近年来,一些研究人员又将压电网络引入到航空发动机叶盘结构的振动抑制中,并取得了很多具有理论和工程意义的研究结论[12-14]。Wang课题组[15-19]提出了一种耦合压电网络,利用电容元件沟通了各扇区电路之间的关系,使得压电网络的多谐波振动抑制效果具有了很大的改观。李琳课题组[20-27]的研究通过在若干结构之间构建串联或并联压电网络表明一种结构的振动能量可以通过压电网络转移到另一种结构,并可以用来对另一个结构进行振动控制。其中,为了降低压电分支电路的复杂程度,Liu等[22-23]提出了利用压电分支电路构造双周期叶盘结构的思想,即压电片的分布周期与叶盘的结构周期不同,将每隔几个固定数量的叶片连接到同一个网络,并研究了双周期分布式压电分支电路对失谐叶盘结构响应放大的抑制作用,研究结果表明并不是所有的双周期模式下响应放大抑制效果都会得到提升。在此基础上,文献[27]则开展了只用导线构造非周期并联压电网络的初步探索工作,结果发现在对扇区选择进行优化后非周期压电网络具有一定的能量平衡作用,但加入电阻后效果并没有得到改善,而且文中对于传统的电阻-电感(RL)型谐振电路形式没有进行进一步的研究。

综上所述,目前国内外关于压电材料在失谐叶盘结构中的应用研究主要集中在叶盘结构的响应放大和减振抑振方面,而失谐叶盘结构振动局部化的本质是能量集中,目前的研究很少从能量均匀化的角度解决失谐叶盘的振动局部化问题,即使压电网络从直观上看具有传递能量的优势,但是其在振动局部化抑制方面的作用机理还需要深入研究并进行定量评价。此外,近些年的研究多集中在周期压电分支或压电网络的构建上,电路的搭建成本相对较高;如果可以只在少数扇区或只在两个扇区中间连接非周期压电系统,即压电片在周向非周期分布,有针对性地解决失谐叶盘结构振动能量局部化问题,对提高发动机叶盘结构的寿命和可靠性具有重要的工程意义。

本文在文献[27]的基础上对具有RL型非周期压电阻尼的整体失谐叶盘结构的动力学特性进行研究。具体研究内容包括:首先构建了两种非周期机电耦合系统模型——非周期压电分支模型和非周期压电网络模型,推导了机电耦合系统的动力学方程,并对其进行了无量纲化;然后,为了对非周期压电系统对叶盘结构振动能量分布的调节效果进行评估,定义了能量均匀化因子;基于所定义的能量均匀化因子分析了在特定的失谐模式下非周期压电系统对叶盘结构振动局部化抑制效果,并与具有相同数目压电片的双周期压电网络系统进行对比分析;最后对本文的研究内容进行了小结。

1 非周期压电系统分析模型

如图1所示,在整体叶盘结构上设置有压电片(PZT),同时在与其相连的电路中连接电路元件,这样就形成了机电耦合叶盘结构系统。

在本文的研究中,采用每个扇区用两个机械运动自由度模拟的集中参数模型对图1所示整体叶盘结构进行模拟,如图2所示。设叶盘结构的

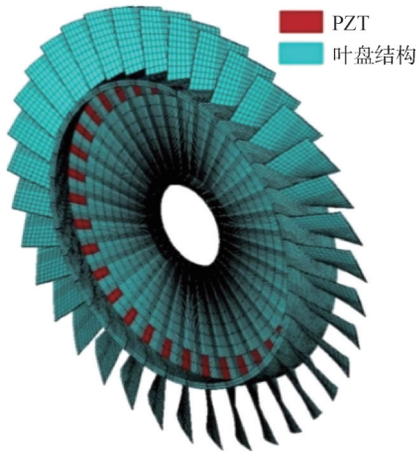


图 1　具有压电片的整体叶盘结构

Fig.1　Integral blade-disk structure with piezoelectric patches

扇区数为 N,m_b 代表叶片的等效质量,m_d 代表轮盘的扇区等效质量,k_b 为叶片的等效刚度,k_d 为轮盘的扇区等效刚度,k_c 为轮盘扇区之间的等效耦合刚度,表示叶盘结构各扇区之间耦合程度的强弱,c_b 为叶片的等效机械阻尼系数,c_d 为轮盘的等效机械阻尼系数,x_b 为叶片自由度,x_d 为轮盘自由度,V 为压电片两端电压。假设压电片的位置位于轮缘,这是出于压电片设在轮盘表面时可以降低压电片对流场的影响的考虑;因此在集中参数模型中压电片的等效压电单元与轮盘的等效扇区刚度并联。在每个压电单元上串联一个分支电路,则形成了压电分支电路;如果将各个扇区的压电分支电路通过电路并联起来,就形成了压电网络。与压电分支电路相比,压电网络使得整个机电耦合系统各扇区之间不仅在机械场上存在联系,还在电场上存在联系。

非周期压电系统构建的基本思想是在固定的叶盘失谐模式下,寻找出振动能量集中程度较大和较小的扇区,并在这些扇区对应的位置设置压电片形成非周期压电分支电路或非周期压电网络构成机电耦合系统,以期用较少的压电片即达到能量均匀化的目的。

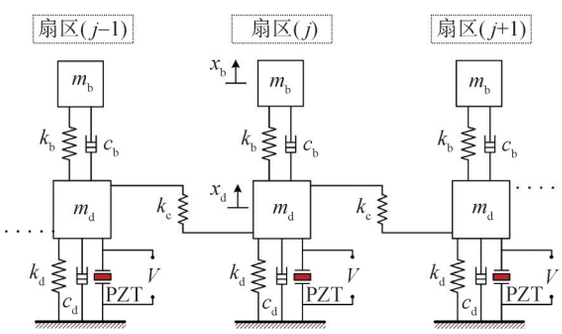


图 2　整体叶盘结构集中参数模型

Fig.2　Lumped parameter model of the integral bladed-disk structure

为了与双周期压电网络系统的振动局部化抑制效果进行对比,非周期压电系统模型中的压电片数量选择与双周期压电网络系统的每一种双周期模式下的压电片数量保持一致。

本文的非周期压电系统模型有两种:非周期压电分支模型和非周期压电网络模型。前者是选择振动能量较大的几个扇区,分别在上面连接压电分支电路,后者是选择相应数量的振动能量较大和较小扇区,然后连成非周期压电网络。分别介绍如下:

1) 非周期压电分支模型

非周期压电分支模型如图 3 所示(以设置 3 个压电片为例)。其中 j_{max1}、j_{max2} 和 j_{max3} 分别代表按照响应大小或振动能量大小排序的前 3 个扇区序号,其他的扇区未连接电路均为断路状态,未在图 3 中示出;R 为电阻,L 为电感。

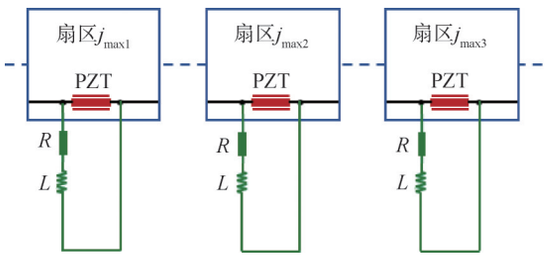


图 3　非周期压电分支电路模型

Fig.3　Model of aperiodic piezoelectric shunting circuit

2) 非周期压电网络模型

非周期压电网络的连接方式有很多种,本文的非周期压电网络模型是选择相应数量的振动能量较大和较小扇区设置压电片,如果压电片数量为奇数,则振动能量较大的扇区数大于振动能量较小的扇区数,如果压电片数量为偶数,则振动能量较大和较小的扇区成对出现,然后把这些压电片连成非周期压电网络,如图 4 所示,其他的叶片未接入压电网络均为断路状态,未在图中示出。其中 j_{max1}、j_{max2}、j_{min} 分别代表按照响应大小或振动能量大小排序的最大的两个扇区序号和最小的一个扇区序号。

本文中叶盘模型总扇区数 N=24,电学周期数 p 可以取值为 2、3、4、6、8、12,也就是存在 6 种双周期模式,那么非周期压电系统的压电片布置也相应存在 6 种模式。

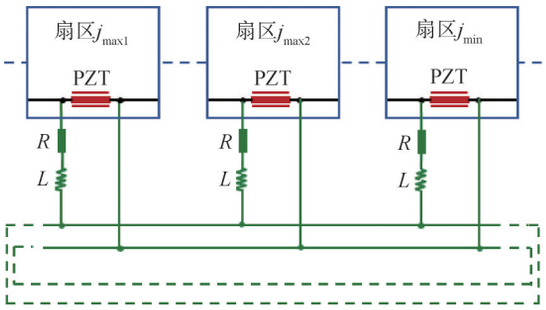


图 4 非周期压电网络电路模型

Fig.4 Model of aperiodic piezoelectric network circuit

2 具有非周期压电阻尼的失谐叶盘结构动力学方程

2.1 具有非周期压电分支的叶盘结构单扇区动力学方程

具有非周期压电分支阻尼的叶盘结构扇区可以分为两类：一类具有压电片，如图 3 中所示的扇区 j_{max1}、j_{max2}、j_{max3}，共有 p 个扇区贴有压电片；一类没有压电片。对于没有压电片的扇区，动力学方程为式(1)所示：

$$\begin{cases} m_b\ddot{x}_{b,j}+c_b\dot{x}_{b,j}-c_b\dot{x}_{d,j}+k_bx_{b,j}-k_bx_{d,j}=f_{b,j}(t) \\ m_d\ddot{x}_{d,j}-c_b\dot{x}_{b,j}+(c_b+c_d)\dot{x}_{d,j}-k_bx_{b,j}+(k_b+k_d+k_{oc}+2k_c)x_{d,j}-k_cx_{d,j-1}-k_cx_{d,j+1}=f_{d,j}(t) \end{cases} \tag{1}$$

其中 $x_{b,j}$ 为扇区 j 的叶片自由度；$x_{d,j}$ 为扇区 j 的轮盘自由度；$\dot{x}_{b,j}$ 表示的是叶片自由度对时间 t 的 1 阶导数；k_{oc} 为压电片在开路状态下的机械刚度；k_e 为压电单元的机械耦合因子；$f_{b,j}(t)$ 和 $f_{d,j}(t)$ 分别是叶片自由度和叶盘自由度所受的激振力。对于分支电路，压电片产生的作用于轮盘自由度 $x_{d,j}$ 的机电耦合作用力大小为

$$f_{e,j}=k_{oc}x_{d,j}-k_eQ_j \tag{2}$$

其中 k_e 为压电单元的机电耦合因子，Q_j 为扇区 j 的电荷自由度。可得扇区 j 中压电分支电路的电路动力学方程为[22-23]

$$L\ddot{Q}_j+R\dot{Q}_j+\frac{1}{C_p^s}Q_j-k_ex_{d,j}=0 \tag{3}$$

对于设置压电片的扇区，比如图 3 中的 j_{max1}、j_{max2}、j_{max3} 扇区，对这些扇区的质量块 m_b 和 m_d 列力平衡方程，同时引入电路动力学方程，整理可得具有分支电路的叶盘结构扇区的机电耦合动力学方程：

$$\begin{cases} m_b\ddot{x}_{b,j}+c_b\dot{x}_{b,j}-c_b\dot{x}_{d,j}+k_bx_{b,j}-k_bx_{d,j}=f_{b,j}(t) \\ m_d\ddot{x}_{d,j}-c_b\dot{x}_{b,j}+(c_b+c_d)\dot{x}_{d,j}-k_bx_{b,j}+(k_b+k_d+k_{oc}+2k_c)x_{d,j}-k_cx_{d,j-1}-k_cx_{d,j+1}-k_eQ_j=f_{d,j}(t) \\ L\ddot{Q}_j+R\dot{Q}_j+k_sQ_j-k_ex_{d,j}=0 \end{cases} \tag{4}$$

其中 k_s 为压电片在常应力状态下的内置电容 C_p^s 的倒数；压电单元的机电耦合因子 k_e 由压电材料的特性以及压电片的几何尺寸决定，表征了压电片的能量转换能力，由于在实际情况下，压电片尺寸相对于轮盘的尺寸很小，因此压电片的机电耦合系数一般是一个较小的量。为了使研究结果具有更加广泛的意义，对式(1)和式(4)进行无量纲化，无量纲参量的定义如下：

$$\begin{cases} \omega=2\pi f \\ \tau=\omega t \\ \omega_b=\sqrt{k_b/m_b} \\ \lambda=\omega/\omega_b \\ \gamma_d=k_d/k_b \\ \gamma_{oc}=k_{oc}/k_b \\ \gamma_c=k_c/k_b \\ \gamma_s=k_s/k_b \\ \gamma_e=k_e/k_b \\ \delta_m=m_d/m_b \\ \delta_L=L/m_b \end{cases} \quad \begin{cases} \xi_{cb}=c_b\big/(2\sqrt{m_bk_b}) \\ \xi_{cd}=c_d\big/(2\sqrt{m_dk_d}) \\ g_{b,j}(\tau)=f_{b,j}(\tau)/F_b \\ g_{d,j}(\tau)=f_{d,j}(\tau)/F_d \\ \delta_f=F_d/F_b \\ \bar{x}=F_b/k_b \\ y_{b,j}=x_{b,j}/\bar{x} \\ y_{d,j}=x_{d,j}/\bar{x} \\ q_j=Q_j/\bar{x} \\ \xi_R=R\sqrt{\delta_L\gamma_s}\big/(2\sqrt{Lk_s}) \end{cases} \tag{5}$$

其中 t 为时间，f 为自然频率，ω 为角频率，τ 为无量纲时间，ω_b 为无量纲叶片自由度固有频率，λ 为无量纲频率，γ_d 为无量纲叶盘刚度，γ_{oc} 为压电片开路状态下的无量纲机械刚度，γ_c 为无量纲轮盘扇区间等效耦合刚度，γ_s 为 k_s 的对应无量纲参数，γ_e 为无量纲压电单元的机电耦合因子，δ_m 为无量纲

轮盘质量，δ_L 为无量纲电感，ξ_{cb} 为无量纲叶片结构阻尼比，ξ_{cd} 为无量纲叶盘结构阻尼比，$g_{b,j}$ 为无量纲扇区叶片激振力，$g_{d,j}$ 为无量纲扇区叶盘激振力，F_b 和 F_d 为叶盘和叶片所受的激励幅值，δ_f 为激励幅值比，$\bar{x}$ 为无量纲初始位移，$y_{b,j}$ 和 $y_{d,j}$ 分别为无量纲叶片自由度和叶盘自由度的位移响应，q_j 为无量纲电位移，ξ_R 为无量纲电阻。

式(1)按照式(5)无量纲化后，机电耦合方程如式(6)所示，式(4)按照式(5)无量纲化后，机电耦合方程如式(7)所示：

$$\begin{cases}\lambda^2 y''_{b,j}+2\lambda\xi_{cb}y'_{b,j}-2\lambda\xi_{cb}y'_{d,j}+y_{b,j}-y_{d,j}=g_j(\tau)\\ \lambda^2\delta_m y''_{d,j}-2\lambda\xi_{cb}y'_{b,j}+2\lambda(\xi_{cb}+\xi_{cd})y'_{d,j}-y_{b,j}+(1+\gamma_d+\gamma_{oc}+2\gamma_c)y_{d,j}-\gamma_c y_{d,j-1}-\gamma_c y_{d,j+1}=\delta_f g_j(\tau)\end{cases}\tag{6}$$

$$\begin{cases}\lambda^2 y''_{b,j}+2\lambda\xi_{cb}y'_{b,j}-2\lambda\xi_{cb}y'_{d,j}+y_{b,j}-y_{d,j}=g_j(\tau)\\ \lambda^2\delta_m y''_{d,j}-2\lambda\xi_{cb}y'_{b,j}+2\lambda(\xi_{cb}+\xi_{cd})y'_{d,j}-y_{b,j}+(1+\gamma_d+\gamma_{oc}+2\gamma_c)y_{d,j}-\gamma_c y_{d,j-1}-\\ \qquad\gamma_c y_{d,j+1}-\gamma_e q_j=\delta_f g_j(\tau)\\ \lambda^2\delta_L q''_j+2\lambda\xi_R q'_j+\gamma_s q_j-\gamma_e y_{d,j}=0\end{cases}\tag{7}$$

其中 $\dot{y}_{b,j}$ 表示的扇区 j 的无量纲叶片自由度对无量纲时间 τ 的1阶导数。

2.2　具有非周期压电网络的叶盘结构单扇区动力学方程

具有非周期压电网络的叶盘结构扇区同样分为两类：一类具有压电片，如图4中的扇区 j_{max1}、j_{max2}、j_{min}，共有 p 个扇区贴有压电片；一类没有压电片。对于没有压电片的扇区，其机电耦合方程与式(6)相同。其中无量纲参数的定义方式均与式(5)相同。

对于具有压电片的扇区(l 为压电片扇区自变量)，其机电耦合方程为

$$\begin{cases}\lambda^2 y''_{b,j}+2\lambda\xi_{cb}y'_{b,j}-2\lambda\xi_{cb}y'_{d,j}+y_{b,j}-y_{d,j}=g_j(\tau)\\ \lambda^2\delta_m y''_{d,j}-2\lambda\xi_{cb}y'_{b,j}+2\lambda(\xi_{cb}+\xi_{cd})y'_{d,j}-y_{b,j}+(1+\gamma_d+\gamma_{oc}+2\gamma_c)y_{d,j}-\gamma_c y_{d,j-1}-\gamma_c y_{d,j+1}-\\ \qquad\gamma_e q_j+\dfrac{1}{p}\sum\limits_{l=1}^{p}(\gamma_e q_{((l-1)n+1)})=\delta_f g_j(\tau)\\ \lambda^2\delta_L q''_j+2\lambda\xi_R q'_j+\gamma_s q_j-\dfrac{1}{p}\sum\limits_{l=1}^{p}(\gamma_s q_{((l-1)n+1)})-\gamma_e y_{d,j}+\dfrac{1}{p}\sum\limits_{l=1}^{p}(\gamma_e y_{d,((l-1)n+1)})=0\end{cases}\tag{8}$$

2.3　具有非周期压电阻尼的叶盘结构动力学方程

将单扇区动力学方程扩展至整个叶盘结构，且用矩阵的形式表示，可将扇区数为 N 且具有不同类型线性压电阻尼的叶盘结构动力学方程统一表示为

$$\lambda^2\boldsymbol{M}\boldsymbol{y}''(\tau)+\lambda\boldsymbol{C}\boldsymbol{y}'(\tau)+\boldsymbol{K}\boldsymbol{y}(\tau)=\boldsymbol{g}(\tau)\tag{9}$$

其中 $\boldsymbol{M}$、$\boldsymbol{C}$ 和 $\boldsymbol{K}$ 分别为机电耦合系统的无量纲质量、阻尼和刚度矩阵，$\boldsymbol{y}(\tau)$ 为机电耦合系统的无量纲广义位移向量，$\boldsymbol{g}(\tau)$ 为机电耦合系统无量纲激振力向量，其完整形式分别为

$$\boldsymbol{y}=[\boldsymbol{y}_1,\boldsymbol{y}_2,\cdots,\boldsymbol{y}_N,\boldsymbol{q}]^{\mathrm{T}}\tag{10}$$

$$\boldsymbol{g}(\tau)=[\boldsymbol{g}_1(\tau),\boldsymbol{g}_2(\tau),\cdots,\boldsymbol{g}_N(\tau)]^{\mathrm{T}}\tag{11}$$

其中 $\boldsymbol{y}_j=[y_{b,j},y_{d,j}]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{q}=[q_1,q_2,\cdots,q_N]^{\mathrm{T}}$ 和 $\boldsymbol{g}_j(\tau)=[g_{b,j}(\tau),g_{d,j}(\tau),0]^{\mathrm{T}}$ 分别为扇区 j 的无量纲机械自由度向量、电荷自由度向量和无量纲激振力向量。

无量纲质量矩阵 $\boldsymbol{M}$ 具有如下形式：

$$\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{M}_m & 0\\ 0 & \boldsymbol{M}_e\end{bmatrix}\tag{12}$$

其中 $\boldsymbol{M}_m$ 为机械质量矩阵，$\boldsymbol{M}_e$ 为电路质量矩阵，其具体形式如下：

$$\boldsymbol{M}_m=\mathrm{Bdiag}(\boldsymbol{M}_{m,1},\boldsymbol{M}_{m,2},\boldsymbol{M}_{m,3},\cdots,\boldsymbol{M}_{m,N})\tag{13}$$

$$\boldsymbol{M}_e=\mathrm{Bdiag}(M_{e,1},M_{e,2},M_{e,3},\cdots,M_{e,N})\tag{14}$$

式(13)和式(14)中各矩阵子块的形式为

$$\boldsymbol{M}_{m,j}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & \delta_m\end{bmatrix}\tag{15}$$

$$M_{e,j}=\delta_L\tag{16}$$

Bdiag(•)表示块对角阵，块对角矩阵只有在主对角线上有非零子块，其余子块均为零矩阵，且非零子块均为方阵。其具体形式为

$$\boldsymbol{B}=\mathrm{Bdiag}(\cdot)(\boldsymbol{B}_1,\boldsymbol{B}_2,\boldsymbol{B}_3,\cdots,\boldsymbol{B}_N)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \boldsymbol{B}_2 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & \boldsymbol{B}_N\end{bmatrix}\tag{17}$$

与质量矩阵类似，阻尼矩阵 $\boldsymbol{C}$ 具有如下形式：

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}_m & \\ & \boldsymbol{C}_e\end{bmatrix}\tag{18}$$

其中 $\boldsymbol{C}_m$ 为机械阻尼矩阵，$\boldsymbol{C}_e$ 为电路阻尼矩阵，其具体形式如下：

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{m}}=\mathrm{Bdiag}(\boldsymbol{C}_{\mathrm{m},1},\boldsymbol{C}_{\mathrm{m},2},\boldsymbol{C}_{\mathrm{m},3},\cdots,\boldsymbol{C}_{\mathrm{m},N}) \tag{19}$$

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{e}}=\mathrm{Bdiag}(C_{\mathrm{e},1},C_{\mathrm{e},2},C_{\mathrm{e},3},\cdots,C_{\mathrm{e},N}) \tag{20}$$

式中矩阵子块的具体形式为

$$\boldsymbol{C}_{\mathrm{m},j}=\begin{bmatrix}2\xi_{\mathrm{cb}} & -2\xi_{\mathrm{cb}}\\ 2\xi_{\mathrm{cb}} & 2(\xi_{\mathrm{cb}}+\xi_{\mathrm{cd}})\end{bmatrix} \tag{21}$$

$$2C_{\mathrm{e},j}=2\delta_R\sqrt{\gamma_{\mathrm{s}}\delta_L} \tag{22}$$

机电耦合系统的无量纲刚度矩阵$\boldsymbol{K}$具有如下形式：

$$\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{K}_{\mathrm{m}} & \boldsymbol{K}_{\mathrm{me}}\\ \boldsymbol{K}_{\mathrm{em}} & \boldsymbol{K}_{\mathrm{e}}\end{bmatrix} \tag{23}$$

其中$\boldsymbol{K}_{\mathrm{e}}$是电路刚度矩阵，$\boldsymbol{K}_{\mathrm{em}}$和$\boldsymbol{K}_{\mathrm{me}}$为机电耦合刚度矩阵，$\boldsymbol{K}_{\mathrm{m}}$是机械刚度矩阵，可以表示为

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{m}}=\mathrm{Bcirc}(\boldsymbol{K}_{\mathrm{m},j},\boldsymbol{K}_{\mathrm{mc}},0,\cdots,0,\boldsymbol{K}_{\mathrm{mc}}) \tag{24}$$

其中$\boldsymbol{K}_{\mathrm{mc}}$为耦合机械刚度矩阵。对于具有非周期压电分支电路和非周期压电网络的叶盘结构，式(24)中的矩阵子块的具体形式均为

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{m},j}=\begin{cases}\begin{bmatrix}1 & -1\\ -1 & 1+\gamma_{\mathrm{d}}+2\gamma_{\mathrm{c}}\end{bmatrix}, & \text{无压电片扇区}\\ \begin{bmatrix}1 & -1\\ -1 & 1+\gamma_{\mathrm{d}}+\gamma_{\mathrm{oc}}+2\gamma_{\mathrm{c}}\end{bmatrix}, & \text{有压电片扇区}\end{cases} \tag{25}$$

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{mc}}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & -\gamma_{\mathrm{c}}\end{bmatrix} \tag{26}$$

Bcirc(•)为块循环矩阵，块循环矩阵行向量的每个块矩阵元素都是前一个行向量各块矩阵元素依次右移一个位置得到的结果。其具体形式为

$$B=\mathrm{Bcirc}(B_1,B_2,B_3,\cdots,B_N)=\begin{bmatrix}B_1 & B_2 & B_3 & \cdots & B_N\\ B_N & B_1 & B_2 & \cdots & B_{N-1}\\ B_N & B_{N-1} & B_{N-2} & \cdots & B_{N-2}\\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots\\ B_N & B_{N-1} & B_{N-2} & \cdots & B_1\end{bmatrix} \tag{27}$$

非周期压电系统中的电学自由度数为p，因此式(9)中的向量$\boldsymbol{y}(\tau)$维数为$(2N+p)\times 1$，而系统的无量纲质量矩阵$\boldsymbol{M}$、阻尼矩阵$\boldsymbol{C}$以及刚度矩阵$\boldsymbol{K}$的维数均为$(2N+p)\times(2N+p)$。

对于不同的电路形式，系统无量纲刚度矩阵$\boldsymbol{K}$的电路刚度矩阵子块$\boldsymbol{K}_{\mathrm{e}}$、机电耦合刚度矩阵子块$\boldsymbol{K}_{\mathrm{me}}$和$\boldsymbol{K}_{\mathrm{em}}$的形式不同，两种非周期压电模型的具体形式如下：

1) 非周期压电分支电路模型

对于具有非周期压电分支电路的叶盘结构，系统无量纲刚度矩阵$\boldsymbol{K}$的电路刚度矩阵子块$\boldsymbol{K}_{\mathrm{e}}$表达式为

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{e}}=\mathrm{Bcirc}(\gamma_{\mathrm{s}},\gamma_{\mathrm{s}},\cdots,\gamma_{\mathrm{s}}) \tag{28}$$

机电耦合刚度矩阵子块$\boldsymbol{K}_{\mathrm{me}}$以及$\boldsymbol{K}_{\mathrm{em}}$中，对应设置压电片的$p$个扇区组成$p\times p$矩阵$\widetilde{\boldsymbol{K}}_{\mathrm{me}}$和$\widetilde{\boldsymbol{K}}_{\mathrm{em}}$，按式(29)赋值，其余项均为0，最后得到的$\boldsymbol{K}_{\mathrm{me}}$维数为$2N\times p$，$\boldsymbol{K}_{\mathrm{em}}$维数为$p\times 2N$，且$\boldsymbol{K}_{\mathrm{me}}=\boldsymbol{K}_{\mathrm{em}}^{\mathrm{T}}$。

$$\widetilde{\boldsymbol{K}}_{\mathrm{me}}(p\times p)=\widetilde{\boldsymbol{K}}_{\mathrm{em}}^{\mathrm{T}}(p\times p)=\mathrm{Bcirc}(-\gamma_{\mathrm{e}},0,\cdots,0) \tag{29}$$

2) 非周期压电网络电路模型

对于具有非周期压电网络的叶盘结构，系统无量纲刚度矩阵$\boldsymbol{K}$的电路刚度矩阵子块$\boldsymbol{K}_{\mathrm{e}}$表达式为

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{e}}=\mathrm{Bcirc}(K_{\mathrm{e}}^{\mathrm{d}},K_{\mathrm{e}}^{\mathrm{r}},K_{\mathrm{e}}^{\mathrm{r}},\cdots,K_{\mathrm{e}}^{\mathrm{r}}) \tag{30}$$

其中矩阵子块表达式为

$$K_{\mathrm{e}}^{\mathrm{d}}=\frac{p-1}{p}\gamma_{\mathrm{s}} \tag{31}$$

$$K_{\mathrm{e}}^{\mathrm{r}}=-\frac{1}{p}\gamma_{\mathrm{s}} \tag{32}$$

机电耦合刚度矩阵的组集方式与非周期压电分支电路模型类似，非周期压电网络模型的刚度矩阵子块$\boldsymbol{K}_{\mathrm{me}}$以及$\boldsymbol{K}_{\mathrm{em}}$中，对应设置压电片的$p$个扇区组成$p\times p$矩阵$\widetilde{\boldsymbol{K}}_{\mathrm{em}}$和$\widetilde{\boldsymbol{K}}_{\mathrm{me}}$，按式(33)赋值，其余项均为0，最后得到的$\boldsymbol{K}_{\mathrm{me}}$维数为$2N\times p$，$\boldsymbol{K}_{\mathrm{em}}$维数为$p\times 2N$，且$\boldsymbol{K}_{\mathrm{me}}=\boldsymbol{K}_{\mathrm{em}}^{\mathrm{T}}$。

$$\widetilde{\boldsymbol{K}}_{\mathrm{em}}=\widetilde{\boldsymbol{K}}_{\mathrm{em\,em}}^{\mathrm{T}}=\mathrm{Bcirc}(K_{\mathrm{em}}^{\mathrm{d}},K_{\mathrm{em}}^{\mathrm{r}},K_{\mathrm{em}}^{\mathrm{r}},\cdots,K_{\mathrm{em}}^{\mathrm{r}}) \tag{33}$$

其中矩阵子块为

$$K_{\mathrm{em}}^{\mathrm{d}}=\frac{1-p}{p}\gamma_{\mathrm{e}} \tag{34}$$

$$K_{\mathrm{em}}^{\mathrm{r}}=\frac{1}{p}\gamma_{\mathrm{e}} \tag{35}$$

3 失谐叶盘结构响应放大

为了模拟整体叶盘结构在实际中的失谐情况，可假设叶盘结构系统的失谐量发生在叶片的刚度项。将叶片的无量纲失谐矩阵$\Delta\boldsymbol{K}$引入机电耦合系统的动力学方程(式(9))中可得失谐机电耦合系统的动力学方程为

$$\lambda^2\boldsymbol{M}\boldsymbol{y}''(\tau)+\lambda\boldsymbol{C}\boldsymbol{y}'(\tau)+(\boldsymbol{K}+\Delta\boldsymbol{K})\boldsymbol{y}(\tau)=\boldsymbol{g}(\tau) \tag{36}$$

叶片刚度的无量纲失谐矩阵的形式为

$$\Delta\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{K}_{\mathrm{m}} & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix} \tag{37}$$

其中失谐矩阵子块$\Delta\boldsymbol{K}_{\mathrm{m}}$可以表示为

$$\Delta \boldsymbol{K}_{\mathrm{m}}=\mathrm{Bdiag}(\Delta \boldsymbol{K}_{\mathrm{m},1},\Delta \boldsymbol{K}_{\mathrm{m},2},\Delta \boldsymbol{K}_{\mathrm{m},3},\cdots,\Delta \boldsymbol{K}_{\mathrm{m},N}) \tag{38}$$

式中矩阵子块的具体形式为

$$\Delta \boldsymbol{K}_{\mathrm{m},j}=\begin{pmatrix} \delta\gamma_{\mathrm{b}} & -\delta\gamma_{\mathrm{b}} \\ -\delta\gamma_{\mathrm{b}} & \delta\gamma_{\mathrm{b}} \end{pmatrix} \tag{39}$$

其中 $\delta\gamma_{\mathrm{b}}$ 为叶片刚度失谐量。

叶盘结构扇区所受的激振力可以表示为

$$\boldsymbol{g}_j(\tau)=[g_{\mathrm{b1}}(\tau),g_{\mathrm{d1}}(\tau),0]^{\mathrm{T}}\otimes \mathrm{e}^{\mathrm{i}(j-1)\cdot n_{\mathrm{e}}\cdot\theta} \tag{40}$$

其中 $[g_{\mathrm{b1}}(\tau),g_{\mathrm{d1}}(\tau),0]^{\mathrm{T}}$ 为参考扇区所受的激振力向量,$\otimes$ 表示克罗内克积,i 表示虚数单位,$\theta=2\pi/N$ 为叶盘结构的叶尖相位角,n_{e} 为发动机激励阶次。从式(40)中可以看出,叶盘结构不同扇区所受的激振力具有相同的幅值,只是相差一个相位差,而这个相位差由参数 n_{e} 决定。当 n_{e} 为整数时,激振力为单一节径成分的阶次激励,而当 n_{e} 为非整数时,可以用来模拟复合节径成分的情况。

一组典型的随机失谐模式如图 5 所示,不同叶片的失谐强度符合正态分布,失谐强度均值为零,失谐标准差为 5%。当叶盘结构所受的激励阶次 E 为 4 的时候,在该组失谐强度下,叶盘结构不同扇区叶片的响应瀑布图如图 6 所示。可见,

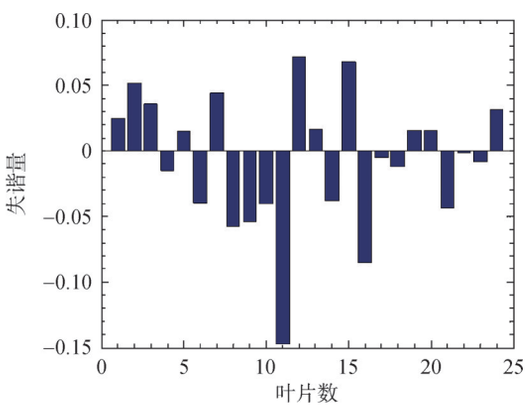


图 5　一组失谐模式

Fig.5　Mistuned mode

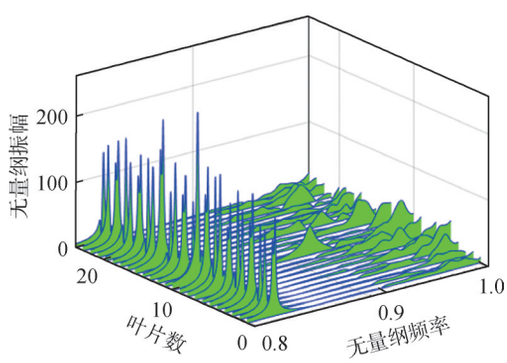


图 6　失谐叶盘叶片响应瀑布图

Fig.6　Blade response waterfall diagram of mistuned bladed-disk

失谐叶盘不同扇区的叶片响应幅值不像谐调叶盘那样各扇区相同。

本文中无量纲参数取值如表 1 所示。

表 1　叶盘结构系统无量纲参数取值

Table 1　Values of dimensionless parameters of the bladed-disk structure

参数	数值	参数	数值
N	24	γ_{c}	35
δ_m	50	γ_{s}	1
γ_{d}	1.1	ξ_{cb}	0.005
γ_{oc}	$0.05\gamma_{\mathrm{d}}$	ξ_{cd}	0.01

4　振动能量的分布

4.1　能量均匀化因子定义

叶盘结构失谐后,只有一两个叶片的振动位移较大,而其他叶片的振动位移相对较小,从而使得振动能量大部分集中在这一两个叶片上,也就是所谓的能量集中现象。以往的研究[22-23]大多用响应放大因子来描述叶片响应放大的程度。响应放大因子的定义是:失谐叶盘最大响应与相应谐调叶盘的响应之比,对应的数学表达式为

$$A_{\mathrm{mf}}=\frac{\max(A_{\mathrm{mistuned}})}{A_{\mathrm{tuned}}} \tag{41}$$

通过响应放大因子,可以看到由失谐引起的响应放大的程度,但是不能了解振动能量均匀化的程度,因此还需要对连接非周期压电电路后的叶盘结构振动能量分布的调节效果进行评估。为了描述失谐叶盘系统能量均匀化的程度,应该对叶片的振动能量进行计算,并研究叶片振动能量的分布形式,分析振动能量最大的叶片能量与所有叶片平均振动能量的比例关系,从而实现对整体失谐叶盘系统能量均匀化程度的量化描述。为此本文定义一个能量均匀化因子,用以描述失谐叶盘结构能量均匀化的程度,且为了跟概率论与数理统计中的样本标准差相类比,公式取开方的形式,其值均在 1 上下波动,具有类似均一化的效果,便于比较分析。本文采用的集中参数模型可以对叶片自由度的位移响应进行计算,而叶片的振动能量与叶片位移的平方成正比。因此定义能量均匀化因子如下:

$$H=\sqrt{\frac{E_{\max}-\overline{E}}{\overline{E}}} \tag{42}$$

其中 $E_{\max}=\left|x_{\max}\right|^2$ 为最大振幅叶片对应的振动能量；$\overline{E}=\sum_{i=1}^{N}\left|x_i\right|^2\Big/N$ 为所有叶片振动能量的平均值。该参数描述的是叶盘结构中最大的叶片振动能量与所有叶片的平均振动能量之间的相对比例，H 的值越小说明均匀化程度越高，失谐的程度也就越小，而谐调叶盘系统的 H 值为 0。

4.2 响应计算和均匀化效果分析

在图 5 所示的特定失谐模式下，当发动机激励阶次 n_e 为 4 时，分别计算具有双周期压电网络、非周期压电分支以及非周期压电网络的失谐叶盘的响应放大因子和能量均匀化因子，并和断路状态的情况作对比分析，以便得到 4 种情况的振动局部化抑制效果。为此，需首先计算 24 个“扇区”对应叶片自由度的最大响应。在计算中，所有电路中的电阻值和电感值按照参考文献[23]中所述的减振最优电阻和最优电感计算方法取值，当激励阶次为 4 时，无量纲电阻 $\delta_R=0.023$，无量纲电感 $\delta_L=1.473$。关于电阻和电感对能量均匀化效果的影响将在文中第 4.3 节进行分析。

非周期压电系统的响应计算流程如图 7 所示。

在上述失谐模式下（如图 5 所示），求解得到失谐叶盘断路时 24 个“扇区”对应叶片自由度的最大响应扫频曲线，如图 8 所示，其中共有 24 条曲线，对应 24 个扇区的叶片最大频率响应。取每个叶片的最大值画出柱状图，如图 9 所示。

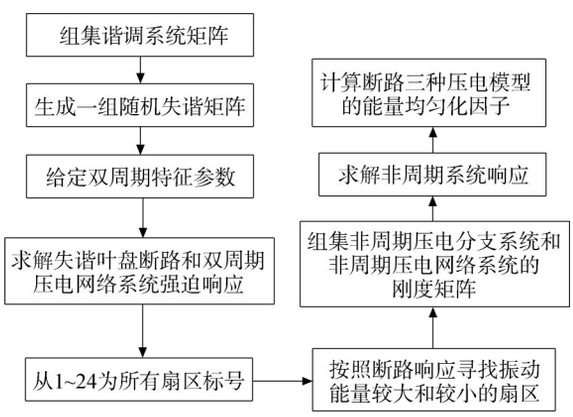


图 7 非周期压电系统的响应计算流程图

Fig.7 Response calculation process of aperiodic piezoelectric system

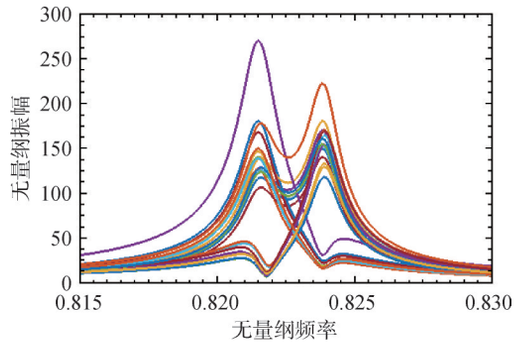


图 8 失谐叶盘断路时叶片响应扫频图

Fig.8 Blade frequency-sweeping response of mistuned bladed-disk with open circiuts

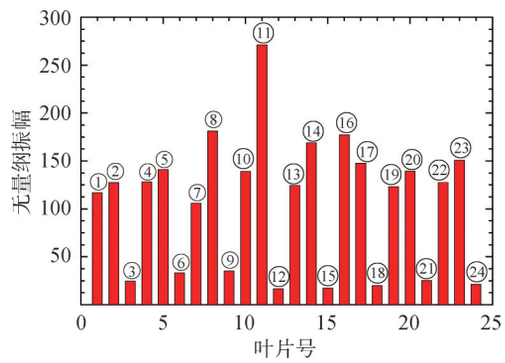


图 9 失谐叶盘断路时叶片最大响应图

Fig.9 Maximum response of mistuned bladed-disk with open circiut

为了方便构造非周期压电系统模型，在图 9 中标记数字①～㉔作为叶片序号。由图 9 中的叶盘结构断路时的响应可以看出，叶片号为⑪的叶片响应幅值最大，叶片号为⑫的叶片响应幅值最小。

叶片响应从大到小排序为：⑪＞⑧＞⑯＞⑭＞㉓＞⑤＞⑳＞⑩＞④＞㉒＞②＞⑬＞…＞㉑＞③＞㉔＞⑱＞⑮＞⑫。下面分别考虑压电片数为 2、3、4、6、8、12 的 6 种情况；压电片的布置形式如表 2 所示。

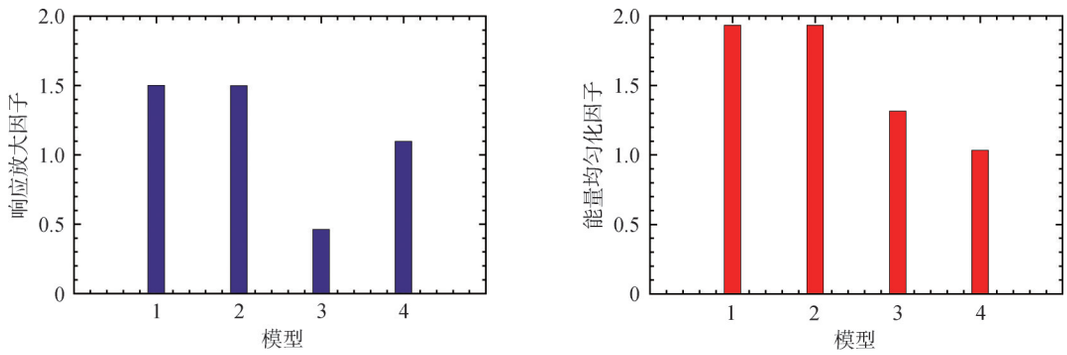
表 2 3 种压电模型压电片布置形式表

Table 2 Piezoelectric patch connection mode of three kinds of piezoelectric models

模型	$p=2$	$p=3$	$p=4$	$p=6$	$p=8$	$p=12$
双周期压电网络	①⑬	①⑨⑰	①⑦⑬⑲	①⑤⑨⑬⑰㉑	①④⑦⑩⑬⑯⑲㉒	①③⑤⑦⑨⑪⑬⑮⑰⑲㉑㉓
非周期压电分支	⑪⑧	⑪⑧⑯	⑪⑧⑯⑭	⑪⑧⑯⑭㉓⑤	⑪⑧⑯⑭㉓⑤⑳⑩	⑪⑧⑯⑭㉓⑤⑳⑩④㉒②⑬
非周期压电网络	⑪⑫	⑪⑧⑫	⑪⑧⑫⑮	⑪⑧⑯⑫⑮⑱	⑪⑧⑯⑭⑫⑮⑱㉔	⑪⑧⑯⑭㉓⑤⑫⑮⑱㉔③㉑

对应这6种情况的响应放大因子和能量均匀化因子分别示于图10～图15中,其中横坐标的1、2、3、4分别对应断路状态、双周期压电网络、非周期压电分支和非周期压电网络4种模型。为了更直观地进行比较,将6种压电片模式4种模型下所有的响应放大因子和能量均匀化因子对比曲线放在图16中。

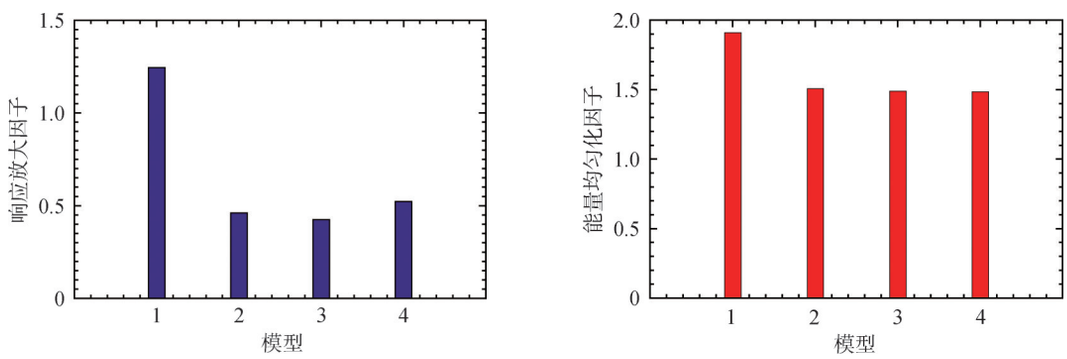
由图10～图15的图(a)可见,不管是双周期压电网络系统还是非周期压电系统都有一定的响应放大抑制效果,其中非周期压电分支系统在响



(a) 响应放大因子　　(b) 能量均匀化因子

图10　压电片数为2时4种模型的响应放大因子和能量均匀化因子

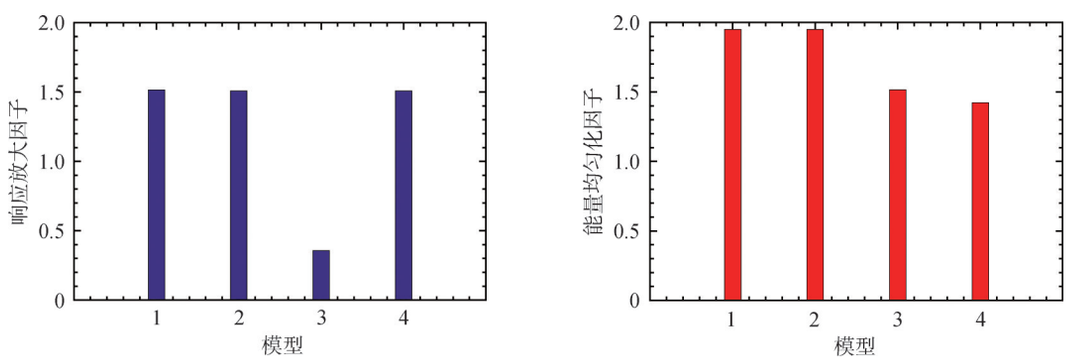
Fig.10　Response magnification factor and energy homogenization factor of four models when the number of piezoelectric patches is 2



(a) 响应放大因子　　(b) 能量均匀化因子

图11　压电片数为3时4种模型的响应放大因子和能量均匀化因子

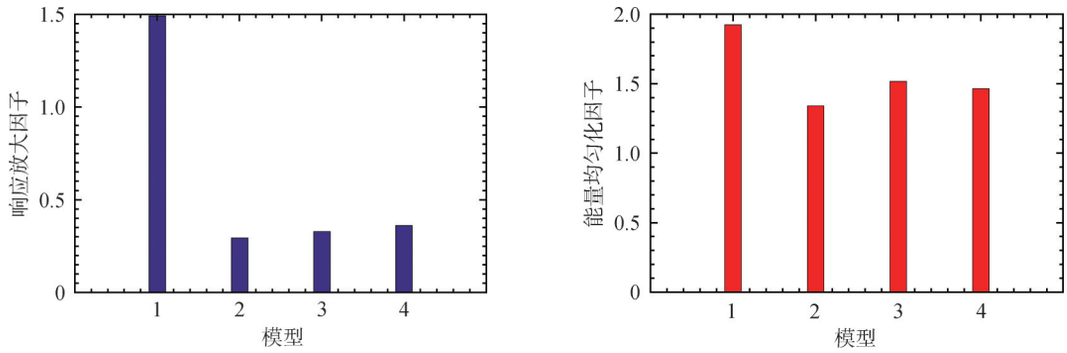
Fig.11　Response magnification factor and energy homogenization factor of four models when the number of piezoelectric patches is 3



(a) 响应放大因子　　(b) 能量均匀化因子

图12　压电片数为4时4种模型的响应放大因子和能量均匀化因子

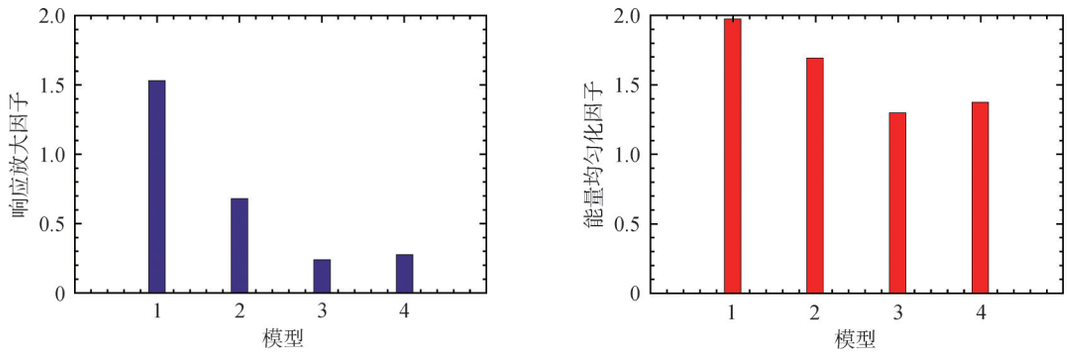
Fig.12　Response magnification factor and energy homogenization factor of four models when the number of piezoelectric patches is 4



(a) 响应放大因子 (b) 能量均匀化因子

图 13 压电片数为 6 时 4 种模型的响应放大因子和能量均匀化因子

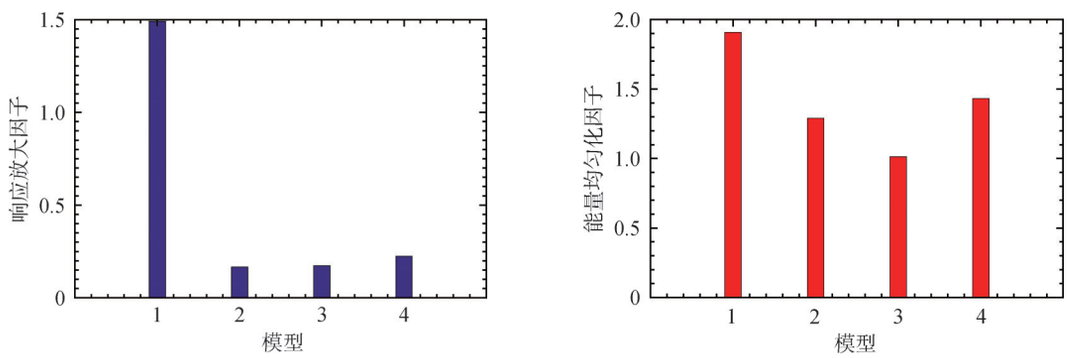
Fig.13 Response magnification factor and energy homogenization factor of four models when the number of piezoelectric patches is 6



(a) 响应放大因子 (b) 能量均匀化因子

图 14 压电片数为 8 时 4 种模型的响应放大因子和能量均匀化因子

Fig.14 Response magnification factor and energy homogenization factor of four models when the number of piezoelectric patches is 8



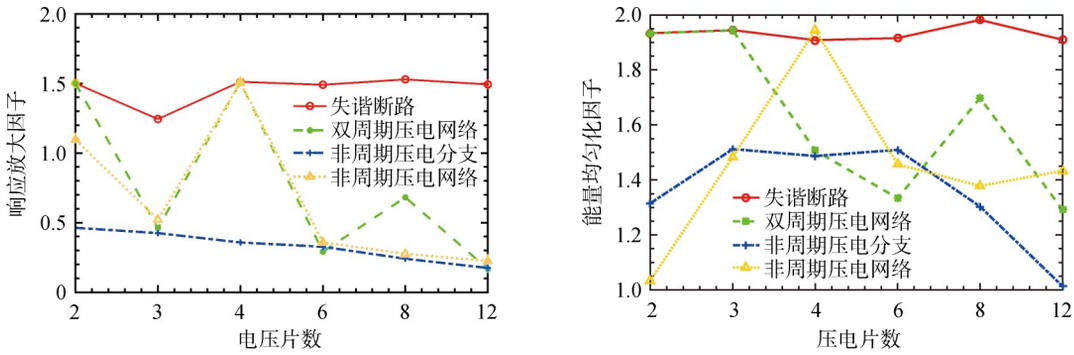
(a) 响应放大因子 (b) 能量均匀化因子

图 15 压电片数为 12 时 4 种模型的响应放大因子和能量均匀化因子

Fig.15 Response magnification factor and energy homogenization factor of four models when the number of piezoelectric patches is 12

应放大抑制方面具有非常明显的优势；但只由叶片响应放大因子无法直观看出均匀化的程度，而由图 10～图 15 的图(b)则可以清楚地看出均匀化的效果。

图 16(a)则可以清晰地看到 4 种情况下的响应放大因子对比结果，双周期压电网络和非周期压电网络的响应放大因子几乎相同，也就是说响应放大抑制效果相近；图 16(b)则可以看出非周期压电系统的振动局部化抑制效果多数情况下都优于双周期压电网络系统；非周期压电分支系统



(a) 响应放大因子　　(b) 能量均匀化因子

图 16　4种模型的响应放大因子和能量均匀化因子对比

Fig.16　Comparison of response magnification factor and energy homogenization factor of the four models

几乎在每一种模式都能达到较好的响应放大抑制效果和振动局部化抑制效果,甚至可以只用2个压电片就能达到双周期压电网络的效果;$p=2,3,6$时,非周期压电网络系统可以得到比非周期压电分支系统和双周期压电网络系统更好的振动局部化抑制效果。

上述结果表明,只在部分扇区贴有压电片,并且不一定按照周期的模式设置,按照能量集中的程度不同连接而成的非周期压电系统具有更好的振动局部化抑制效果。

4.3　电学元件作用分析

既然失谐叶盘振动局部化的本质是能量集中,非周期压电系统搭建的目的是使能量均匀化,而不是通过电阻元件消耗能量,那么当电阻不在其减振最优值时,去局部化效果是否发生改变也是值得深入研究的。电感是储能元件,它对于去局部化效果的影响同样需要深入分析和研究。

图 17 为断路状态、双周期压电网络、非周期压电分支和非周期压电网络4种情况能量均匀化因子随电阻值的变化曲线(无量纲电感值$\delta_L=1.473$)。由图 17 可见,当电阻为零时,两种非周期压电系统的能量均匀化因子最小,随着电阻值的增大,4种情况下的能量局部化因子逐渐趋于一致,不再随电阻值增大而增大。这说明在非周期压电系统形式的构造中,电阻不再是关键因素,而主要是通过电路形式改变整个叶盘结构中的能量分配情况。电阻值越大,反而使得均匀化程度降低。

图 18 为无量纲电阻取为零时上述4种情况能量均匀化因子随电感值的变化曲线。可见,非周期压电分支系统和非周期压电网络系统都存在最

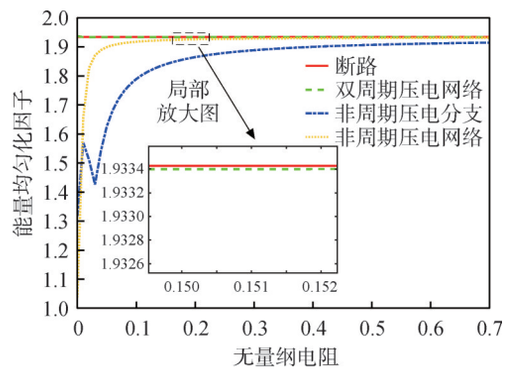


图 17　4种模型能量均匀化因子随电阻值的变化曲线

Fig.17　Change curves of energy homogenization factor with resistance of four models

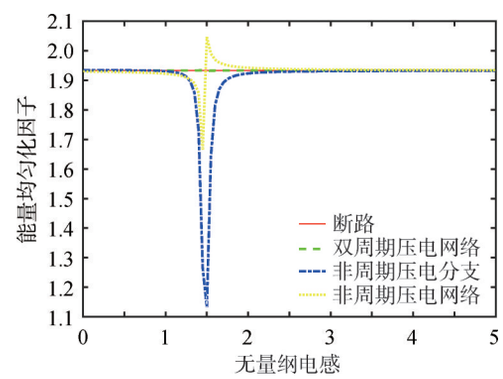


图 18　4种模型能量均匀化因子随电感值的变化曲线

Fig.18　Change curves of energy homogenization factor with inductance of four models

优电感值,而且电感值对分支电路的影响更为明显。在最优电感$\delta_L=1.473$附近,能量均匀化因子达到最小值,但是此时压电耦合系统对电感值非常敏感,不容易调谐,这也是RL型电路的劣势所在。结果说明,在非周期压电系统的电路设计中,电感仍然是关键因素,并且存在最优值;它对于整个系统能量的分配起到至关重要的作用。

5 实验验证

本文研究的最终目的是将非周期压电阻尼技术应用在叶盘结构的减振上，在前期研究的基础上开发新的电路形式，比如构建非周期同步开关压电网络，让所有的叶片共享一个开关，最终实现简单控制，针对这些目的同项目组的研究人员已经进行了相关前期研究[20,27]。而本文主要是基于理论研究，首先提出两个叶片连接一个压电网络的想法，用两个梁代表两个叶片完成简单的实验验证（对应上文 $p=2$ 的情况），然后下一步进行叶盘的相关研究。

课题组针对以上目的，加工了两个几何参数完全相同的悬臂梁，购买了4个具有相同尺寸和电学参数的压电片，对带有压电网络的机电耦合系统的减振效果进行了简单的实验验证。每根悬臂梁的参数如表3所示，压电片的参数如表4所示，实验系统示意图如图19所示，双梁实物图如图20所示，测试系统如图21所示。粘贴在两个悬臂梁上表面的两个压电片用来连接电阻电感形成电路网络；粘贴在两个悬臂梁下表面的压电片用作位移传感器以检测位移信号。两个悬臂梁自由端分别由一个电磁激振器对其施加正弦激振力，两个激振力之间的相位差可以通过信号发生器进行调节。

表3 悬臂梁参数

Table 3 Parameters of beams

参数	数值
长度/mm	200
宽度/mm	50
厚度/mm	2
弹性模量/GPa	70
泊松比	0.33
密度/(kg/m^3)	2 700

表4 压电片参数

Table 4 Parameters of piezoelectric patches

参数	数值
长度/mm	43
宽度/mm	35
厚度/mm	0.5
弹性模量/GPa	66
密度/(kg/m^3)	7 650
力因子/10^{-4}(N/V)	1.27
本征电容/nF	20

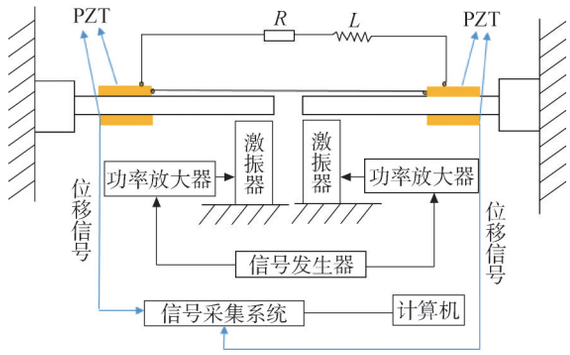


图19 带有非周期压电网络的双梁系统结构示意图

Fig.19 Structural diagram of double beam system with aperiodic piezoelectric network

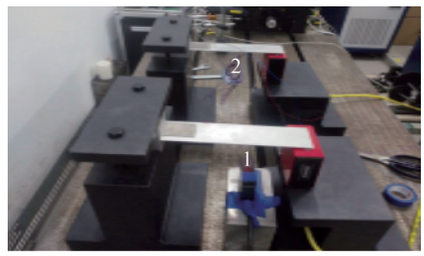


图20 双梁系统实物图

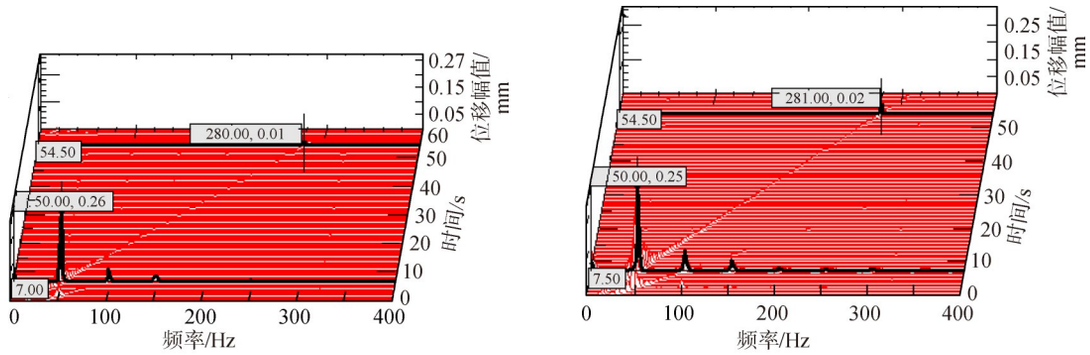
Fig.20 Picture of double beam system

图21 测试系统

Fig.21 Setup of experiment system

5.1 开路工况测试

当两根悬臂梁之间不连接任何电路时，首先分别对它们进行稳态响应测试。当激励频率从0 Hz缓慢变化到400 Hz时，两根悬臂梁的扫频瀑布图如图22所示。由图可以看出，1号梁的前两阶共振频率分别为50 Hz和280 Hz，2号梁的前两阶共振频率分别为50 Hz和281 Hz，所以可以近似认为两根梁是完全相同的。



(a) 1号梁(扫频时间:0~60 s)　　(b) 2号梁(扫频时间:0~120 s)

图 22　扫频瀑布图

Fig.22　Waterfall of sweeping frequency

对两个梁施加频率相同(50 Hz,对应梁的第一阶共振频率)、相位相同而幅值不同的正弦激励,得到两个梁开路时的响应如图 23 所示。

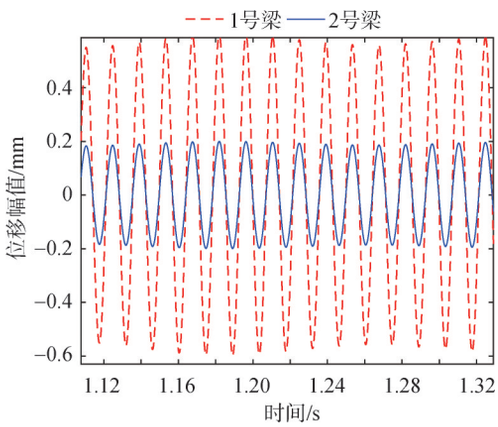


图 23　开路状态两个梁的稳态位移响应

Fig.23　Steady displacement response of two beams in open circuit state

5.2　连接压电网络的双梁系统振动控制实验

将两个梁上面两个压电片的正极与 RL 电路串联,负极与负极连接在一起并接地,构成压电网络的形式。

这里是针对结构相同但振动位移不同的情况提出的一种振动控制方法。对于结构完全相同的双梁系统,首先采用保持两个梁激振力频率(50 Hz)和相位相同、通过调节两个激振力幅值的方法实现两根梁的差异振动。保持与前面开路状态时相同的激励条件,在两个激励频率均为 50 Hz 且相位差设为 0°时,两个梁的位移响应曲线如图 24 所示。

由图 23 和图 24 可见,连接压电网络后两个梁的最大位移响应都有变化,1 号梁由 0.56 mm 变为 0.32 mm,稳态位移幅值有很大程度的降低;2 号梁由 0.18 mm 变为 0.29 mm,稳态幅值反而有所增加。据式(42)分别计算开路状态和连接压电网络时两个叶片的能量均匀化因子,分别为 0.73 和 0.03。可见,连接压电网络后,两个梁的位移趋近相同,均匀化程度提高,接近振幅相同,也就是说压电网络的引入在两个梁之间形成了一个能量通道,可以起到一定的能量传递作用,使得两个梁的最大位移响应趋近于一致,这也从一定程度上验证了前面的仿真结果。

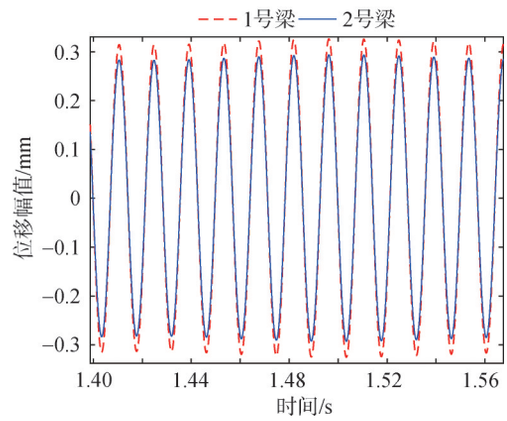


图 24　连接压电网络的两个梁的稳态位移响应

Fig.24　Steady displacement response of two beams with piezoelectric network

正如在前言中所说,本文的最终目的是在叶盘上使用非周期压电网络,通过较少的电路元件在不同扇区间建立一个通道,在减振的同时还能达到失谐叶盘能量均匀化的目的。作者所在的实验室已经在尝试模拟行波激励下叶盘的真实振动[21],如图 25 所示。但是由于篇幅和时间限制,更进一步的实验将在下一篇文章中详细论述。

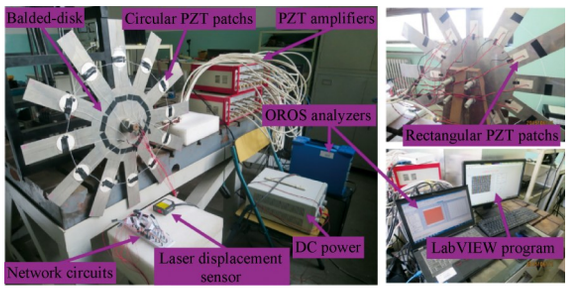


图 25 行波激励下的叶盘振动实验设计

Fig.25 Experiment design of bladed-disk vibration under traveling wave excitation

6 结 论

本文利用单扇区二自由度集中参数模型对具有非周期压电阻尼的失谐叶盘结构动力学特性进行了深入研究，基于是否可以用更少的压电片就能达到较好的振动局部化抑制效果这一目的构建了非周期压电分支模型和非周期压电网络模型，并定义了能量均匀化因子，用其评估失谐叶盘在不同情况下的能量均匀化水平；然后从响应水平和能量均匀化程度两方面与具有同等数量压电片的双周期压电网络系统进行了对比分析，得到了断路状态和上述3种压电模型的振动局部化抑制效果，并作了简单的实验验证。具体结论如下：①与双周期压电网络系统相比，只在部分扇区贴有压电片，按照能量集中的程度不同连接而成的非周期压电系统具有更好的振动局部化抑制效果；②失谐叶盘振动局部化的本质是能量集中，因此在非周期压电系统形式的构造中，电阻不再是关键因素，而主要是通过电路形式改变整个叶盘结构中的能量分配情况，电感作为储能元件在其中至关重要；③实验中通过在振动不同的叶片之间连接压电网络，可以形成一个能量通道，使得两个叶片的最大位移响应趋于一致，验证了提出的能量均匀化因子的有效性。

本文提出的方法是一种针对航空发动机整体失谐叶盘结构振动能量局部化问题的新型技术，这为压电材料在航空发动机叶盘结构振动局部化抑制中的应用提供了更好的经济性和可行性理论依据。

参考文献：

[1] CASTANIER M P, PIERRE C. Modeling and analysis of mistuned bladed disk vibration:status and emerging directions [J].Journal of Propulsion and Power, 2006, 22(2):384-396.

[2] CASTANIER M P, PIERRE C. Using intentional mistuning in the design of turbomachinery rotors[J].AIAA Journal, 2002, 40(10):2077-2086.

[3] 李其汉，王延荣，王建军，等.航空发动机叶片高循环疲劳失效研究[J].航空发动机，2003，29(4):16-18.
LI Qihan, WANG Yanrong, WANG Jianjun, et al. Study on high cycle fatigue failure of aeroengine blades[J].Aircraft Engine, 2003, 29(4):16-18.(in Chinese)

[4] 吴大观.航空发动机研制工作论文集[M].北京:航空工业出版社，1999.

[5] THOMSON D E, GRIFFIN J H. The national turbine engine high cycle fatigue program[J].Global Gas Turbine News, 1999, 39(1):14-17.

[6] Air Force US. Engine structural integrity: MIL-STD-1783 [S].[S.l.]:YANG Engine Force, 1984:145-153.

[7] HAGOOD N W, FLOTOW A V. Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks[J]. Journal of Sound and Vibration, 1991, 146(2): 243-268.

[8] PREUMONT A. Mechatronics dynamics of electromechanical and piezoelectric systems[M]. Berlin: Springer Netherlands, 2006.

[9] NEUBAUER M, WALLASCHEK J. Vibration damping with shunted piezoceramics:fundamentals and technical applications[J].Mechanical Systems and Signal Processing, 2013, 36(1):36-52.

[10] ZHOU B, THOUVEREZ F, LENOIR D, et al. An adaptive control strategy based on passive piezoelectric shunt techniques applied to mistuned bladed disks[J].Journal of Computational and Applied Mathematics, 2013, 246:289-300.

[11] ZHOU B, THOUVEREZ F, LENOIR D, et al. Vibration reduction of mistuned bladed disks by passive piezoelectric shunt damping techniques[J].AIAA Journal, 2014, 52(6):1-13.

[12] MIN J B, DUFFY K P, CHOI B B, et al. Numerical modeling methodology and experimental study for piezoelectric vibration damping control of rotating composite fan blades[J]. Computers and Structures, 2013, 128:230-242.

[13] MOKRANI B, BASTAITS R, HORODINCA M, et al. Parallel piezoelectric shunt damping of rotationally periodic structures[EB/OL].[2021-01-25].https://xueshu.baidu.com/usercenter/paper/show? paperid=687a59be266601d0cc717f1d18a63f61&site=xueshu_se.

[14] MOKRANI B. Piezoelectric shunt damping of rotationally periodic structures[M].Brussels, Belgium:University of Brussels, 2015.

[15] TANG J, WANG K W, ZHANG J H, et al. Vibration control of rotationally periodic structures using passive piezoelectric shunt networks and active compensation[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1999, 121(3):379-390.

[16] TANG J, WANG K W. Vibration delocalization of nearly periodic structures using coupled piezoelectric networks[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2003, 125(1):95-108.

[17] YU H B, WANG K W, ZHANG J H, et al. Piezoelectric net-

working with enhanced electromechanical coupling for vibration delocalization of mistuned periodic structure-theory and experiment[J].Journal of Sound and Vibration,2006,295(1/2):246-265.

[18] YU H, WANG K W. Piezoelectric networks for vibration suppression of mistuned bladed disks[J].Journal of Vibration and Acoustics,2007,129(5):559-566.

[19] YU H,WANG K W.Vibration suppression of mistuned coupled-blade-disk systems using piezoelectric circuitry network [J].Journal of Vibration and Acoustics,2009,131(2):021008.1-021008.12.

[20] LI L, FAN Y. Vibration dissipation characteristics of symmetrical piezoelectric networks with passive branches[R]. ASME Paper GT2012-69208,2012.

[21] LI L, DENG P, FAN Y, et al. Dynamic characteristics of a cyclic-periodic structure with a piezoelectric network[J].Chinese Journal of Aeronautics,2015,28(5):1426-1437.

[22] LIU J, LI L, FAN Y, et al. Research on vibration suppression of a mistuned blisk by a piezoelectric network[J]. Chinese Journal of Aeronautics,2018,31(2):286-300.

[23] LIU J, LI L, FAN Y, et al. A comparative study on the dynamic characteristics of bladed disks with piezoelectric network and piezoelectric shunt circuit[R].ASME Paper GT2016-56794,2016.

[24] ZHANG F, LI L, FAN Y, et al. Numerical analysis and experimental verification of synchronized switching damping systems[R]. ASME 2019 Conference on Smart Materials, Adaptive Structures and Intelligent Systems, SMASIS2019-5570,2019.

[25] ZHANG F, LI L, FAN Y, LIU J. Dual-connected synchronized switch damping for vibration control of bladed disks in aero-engines[J].Applied Sciences,2020,10(4):1-23

[26] WU Y, LI L, FAN Y, et al. Design of semi-active dry friction dampers for steady-state vibration: sensitivity analysis and experimental studies[J].Journal of Sound and Vibration, 2019,459:114850.1-114850.22.

[27] 李琳,张凤玲,范雨.几种压电网络用于叶盘结构减振的机理分析[J].航空动力学报,2020,35(5):897-908.
LI Lin, ZHANG Fengling, FAN Yu. Mechanism analysis of vibration reduction of bladed disk structure using several piezoelectric networks[J].Journal of Aerospace Power,2020, 35(5):897-908.(in Chinese)

(编辑:陈　越)